

# Cahier de vacances pour entrer en 2GT

## Calcul numérique

*Dans cette partie, les étapes de calculs doivent apparaître. L'usage de la calculatrice est interdit.*

On rappelle que :

- Pour additionner ou soustraire des fractions, on les met au même dénominateur.
- Pour multiplier des fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.
- Diviser par un nombre, c'est multiplier par son inverse.
- $a^n = a \times a \times a \times \dots \times a \times a$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

### Exercice 1 : les nombres relatifs

Effectuer les calculs suivants.

$$A = -10 + 12 \quad B = -3 + 7 + 2 - 8 \quad C = 5 - (-19) - (+8) - (+6) \quad D = 31 - 2 \times (4 - 17) + 5$$

### Exercice 2 : décomposition en produit de facteurs premiers

Décomposer chacun de ces nombres en produit de facteurs premiers.

#### Niveau Apprenti

$$A = 18 \quad ; \quad B = 75$$

#### Niveau Expert

$$C = 850 \quad ; \quad D = 132$$

### Exercice 3 : simplification de fractions

Simplifier chacune de ces fractions pour la rendre irréductible.

#### Niveau Apprenti

$$A = \frac{12}{28}$$

#### Niveau Expert

$$B = \frac{-12 \times 10 \times 7}{5 \times (-3) \times (-44)}$$

$$C = \frac{693}{168}$$

*penser à la décomposition en produit de facteurs premiers du numérateur et du dénominateur*

### Exercice 4 : calculs enchainés avec des fractions

Effectuer les calculs en écriture fractionnaire et donner les nombres ci-dessous sous forme de fraction irréductible.

#### Niveau Apprenti

$$A = \frac{2}{3} + \frac{5}{3} \times \frac{4}{7}$$

$$C = \frac{4}{9} - \frac{8}{9} : \frac{16}{5}$$

$$B = \frac{1}{5} - \frac{7}{5} \times \frac{2}{3}$$

$$D = \frac{7}{6} - \frac{5}{9} - \frac{1}{3}$$

#### Niveau Expert

$$D = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{3}{4}}$$

$$E = \frac{\frac{7}{4} - 2}{\frac{5}{4} + 3}$$

### Exercice 5 : calculs avec des puissances de 10

Effectuer les calculs et donner le résultat sous la forme d'un nombre décimal **et** d'une écriture scientifique.

#### Niveau Apprenti

$$A = \frac{10^3 \times 10^{-7}}{10^{-5}}$$

#### Niveau Expert

$$B = \frac{16 \times 10^5 \times 0,5 \times 10^{-2}}{20 \times (10^3)^4 \times 10^{-7}}$$

$$C = 2 \times 10^2 + 10 + 5 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2}$$

## Production d'expressions littérales

Les six figures sont des carrés découpés en quatre rectangles.

- Pour **certaines figures**, des surfaces sont grisées. Dans ce cas, la lettre désigne **l'aire de la partie grisée**.
- Pour **les autres figures**, des segments sont tracés en pointillés. Dans ce cas, la lettre désigne la **somme des longueurs des segments tracés en pointillés**.

Pour chaque figure, il faut exprimer en fonction de  $a$  et de  $b$  la grandeur désignée par cette lettre.

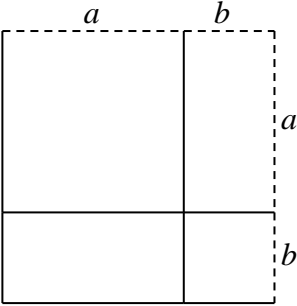
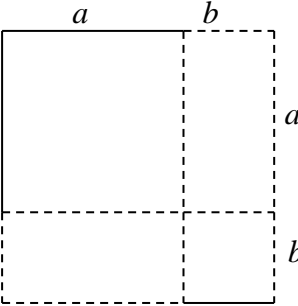
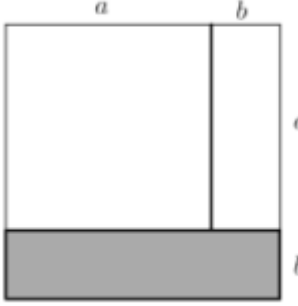
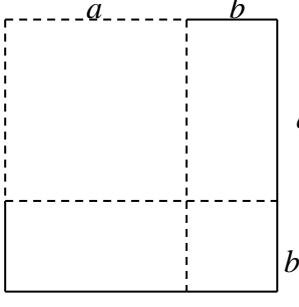
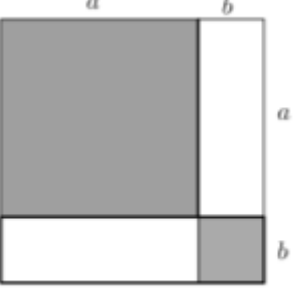
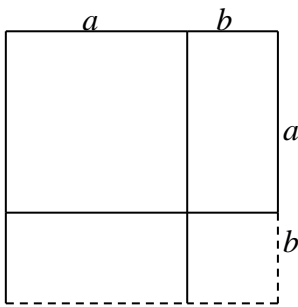
Voici une liste de 15 expressions littérales permettant d'écrire pour chaque figure une ou plusieurs réponses justes :

$b(a+b)$	$2a+b$	$2a+5b$	$4a+2b$	$2(a+b)$
$4a+4b$	$a^2+b^2$	$a-b$	$(a+b)^2$	$a+b+b$
$4a+5b$	$ab+b^2$	$2(a+b)-b$	$2a+2b$	$4(a+b)$

Attention : certaines expressions proposées ne correspondent à aucune figure.

**Niveau apprenti** : trouver au moins une réponse juste pour chaque figure.

**Niveau expert** : trouver toutes les réponses justes parmi les 15 expressions proposées ci-dessus.

 <p>A =</p> <p style="text-align: right;">Figure 1</p>	 <p>B =</p> <p style="text-align: right;">Figure 2</p>	 <p>C =</p> <p style="text-align: right;">Figure 3</p>
 <p>D =</p> <p style="text-align: right;">Figure 4</p>	 <p>E =</p> <p style="text-align: right;">Figure 5</p>	 <p>F =</p> <p style="text-align: right;">Figure 6</p>

## Calcul littéral

### Exercice 1 : Développer et réduire les expressions suivantes

#### Exemples :

$$3(2x - 5) = 3 \times 2x - 3 \times 5 = 6x - 15$$

$$(2x - 5)(7x + 1) = 2x \times 7x + 2x \times 1 - 5 \times 7x - 5 \times 1 = 14x^2 + 2x - 35x - 5 = 14x^2 - 33x - 5$$

#### Niveau appreni

$$A = 3(2x - 3)$$

$$B = 2x(3 - 7x)$$

$$C = 3(2x + 1) - 3(7 - 2x)$$

$$D = (3 - 2x)(7 - 4x)$$

$$E = (2x + 3)^2$$

$$F = (6 - 4x)^2$$

$$G = 2x(3 - 2x) + 3(x - 8)$$

#### Niveau expert

$$H = (4x - 7)(2x - 3) - (2x - 3)^2$$

$$I = (6 - x)(6 + x) - (6 - x)(4 - x)$$

### Exercice 2 : Factoriser les expressions suivantes

#### Exemples :

$$6x - 15 = 3 \times 2x - 3 \times 5 = 3(2x - 5)$$

$$2 \times (2x - 5) + 3x \times (2x - 5) = (2x - 5)(2 + 3x)$$

$$16x^2 - 9 = (4x)^2 - 3^2 = (4x + 3)(4x - 3)$$

#### Niveau appreni

$$A = 6x - x^2$$

$$B = 9x(x - 3) + 9x(2x + 10)$$

$$C = 4x^2 + 7x$$

$$D = (11x - 3)^2 + (11x - 3)(9x + 5)$$

#### Niveau expert

$$E = (2x + 1)(x + 8) - (3x - 1)(2x + 5)$$

$$F = x^2 - 4$$

$$G = (5x + 1)^2 - 81$$

$$H = 25 - 4x^2$$

$$I = (x + 7)^2 - (4x + 3)^2$$

### **Exercice 3 : Résoudre les équations suivantes d'inconnue x**

#### **Exemples :**

$$5x - 2 = 3$$

$$5x = 3 + 2$$

$$5x = 5$$

$$x = \frac{5}{5} = 1$$

**Cette équation a pour solution 1**

$$(2x + 1)(x + 8) = 0$$

Un produit est nul lorsqu'au moins un des facteurs est nul donc

$$\text{Soit } 2x + 1 = 0 \quad \text{soit } x + 8 = 0$$

$$2x = -1 \quad \text{soit } x = -8$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad \text{soit } x = -8$$

**Cette équation possède deux solutions  $-\frac{1}{2}$  et  $-8$ .**

#### **Niveau apprenti :**

$$x - 5 = 3$$

$$5 - x = 0$$

$$6x = 30$$

$$1 + 5x = -9$$

$$\frac{x}{3} = 7$$

$$4x - 21 = 7x + 9$$

$$(3x - 1)(2x + 5) = 0$$

$$(4x + 3)^2 = 0$$

#### **Niveau expert :**

$$\frac{2x+4}{4} = \frac{x-3}{3}$$

$$(4x - 7)^2 = 36$$

$$5x^2 = 2x$$

$$\frac{x}{x+5} = \frac{2}{3}$$

$$2 - \frac{x-6}{10} = x$$

## Notion de fonctions

### Exercice 1 :

#### Niveau apprenti

1° On considère la fonction  $g$  définie par  $g(x) = 3x$  et sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère  $(O ; I, J)$ .

Pour chacune des affirmations suivantes concernant la fonction  $g$ , dire si elle est vraie ou fausse :

- a)  $g$  est une fonction affine
- b)  $g(x)$  est l'antécédent de  $x$  par la fonction  $g$ .
- c) la représentation graphique de la fonction  $g$  est une droite
- d) la représentation graphique de la fonction  $g$  passe par le point  $(9 ; 3)$ .
- e) le point d'abscisse  $x = 2$  de la représentation graphique de la fonction  $g$  a pour ordonnée le nombre 6.

2°  $f$  et  $g$  sont deux fonctions.

a) Traduire chacune des deux égalités ci-dessous par deux phrases, l'une contenant le mot « image », l'autre contenant le mot « antécédent » :

$$f(3) = 4$$

$$g(0) = -2$$

b) Traduire chacune des deux phrases ci-dessous par une égalité :

- Par la fonction  $g$ ,  $-5,3$  est l'image de 6.
- $2,5$  a pour antécédent  $4,2$  par la fonction  $f$ .

#### Niveau expert

On considère une fonction  $f$  et sa courbe  $C_f$  représentative dans le plan muni d'un repère  $(O;I, J)$ .

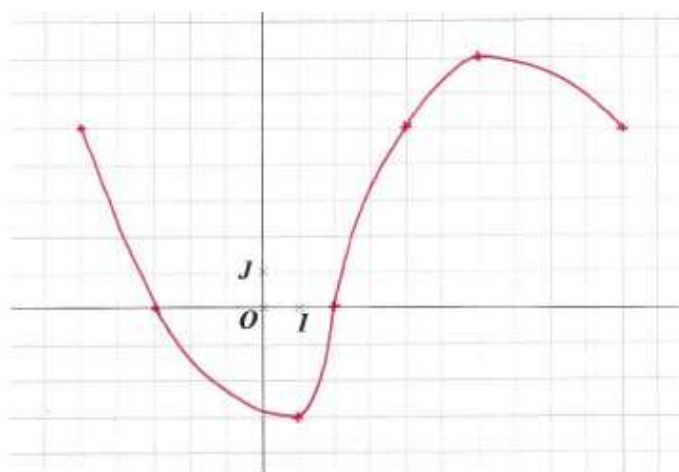
Sachant que  $f(4) = -1$  et que le nombre 3 a exactement deux antécédents par la fonction  $f$ ,

les nombres  $-2$  et  $3$ , quels sont, parmi les points A, B, C, D et E donnés ci-dessous, ceux dont on peut affirmer qu'ils appartiennent à  $C_f$  ?

A $(-1 ; 4)$  ; B $(4 ; -1)$  ; C $(-2 ; 3)$  ; D $(3 ; -2)$  ; E $(3 ; 3)$

### Exercice 2 : Niveau apprenti

On considère la fonction  $f$  dont la courbe représentative  $C_f$  dans le plan muni d'un repère  $(O;I, J)$  est donnée sur le graphique ci-dessous.



Par lecture graphique, déterminer :

- a) l'image par  $f$  de chacun des nombres suivants :  
 $-5 ; +2$  et  $+6$
- b) les éventuels antécédents par  $f$  de chacun des nombres suivants :  $-5 ; -3$  et  $0$ .
- c) un nombre ayant exactement trois antécédents par  $f$  et ses trois antécédents.